

Beuth-Hochschule für Technik Berlin
Medieninformatik Master
Wissenschaftliches Arbeiten
WS 2012 / 2013
Matrikelnummer 758227

Physikalisch basierte Modellierung und Animation von Feuer

Basierend auf den Artikel "Physically Based Modeling and Animation of Fire" von Duc Quang
Nguyen, Ronald Fedkiw und Henrik Wann Jensen

Eileen Manthey

28.11.2012

1 Inhaltsverzeichnis

Inhalt

1	Inhaltsverzeichnis	2
2	Einleitung	3
3	Physikalischer und chemischer Hintergrund der Verbrennung	3
3.1	Der Verbrennungsprozess	3
3.2	Zusammenhang zwischen Temperatur, Druck, Dichte und Verbrennungsgeschwindigkeit...	4
3.3	Flammentypen	5
4	Fluid	6
5	Erhaltungssätze und Navier-Stokes-Gleichung	7
5.1	Masseerhaltung/Kontinuitätsgleichung	7
5.2	Navier-Stokes-Gleichung	7
5.2.1	Euler-Gleichung	8
5.3	Energieerhaltung	8
5.4	Randbedingungen	8
6	Numerische Lösung	8
7	Stable-Fluid-Methode	9
7.1	Vorgehen der Stable-Fluid-Methode	9
8	Level-Set-Methode	10
9	Ghost-Fluid-Methode	11
10	Physikalisch basierte Modellierung und Animation von Feuer nach Duc Quang Nguyen, Ronald Fedkiw, Hendrik Wann Jensen	12
10.1	Temperaturkurve, blauer Kern und fester Brennstoff	12
10.2	Expansion, Auftriebskraft und Wirbelverstärkungskraft	13
10.3	Implementierung	14
10.3.1	Verwendung von inkompressiblen, reibungsfreien Navier-Stokes Gleichungen	14
10.3.2	Berechnung der Grenzfläche	15
10.3.3	Berechnung der Temperatur und Dichte	15
10.4	Rendering	16
11	Bewertung des Feuer-Algorithmus	16
12	Zusammenfassung	17
13	Literaturverzeichnis	17
14	Abbildungsverzeichnis	18

2 Einleitung

Der Feuer-Algorithmus von Duc Quang Nguyen, Ronald Fedkiw und Hendrik Wann Jensen (Nguyen, et al., 2002) beschreibt eine physikalisch basierte Methode zur Erstellung von Feuer am Computer. Hierbei werden wesentliche physikalische Erscheinungen und chemische Prozesse, die bei der Flammenbildung relevant sind, berücksichtigt. So werden um ein realistisches Aussehen zu erhalten, der blaue Flammenkern, die gelb-orange Flamme und der Rauch dargestellt, wobei der Rauch in dem Algorithmus nur eine untergeordnete Rolle spielt. Zudem wird das Einströmen einer Temperatur auf einen gasförmigen Brennstoff simuliert. Flüssiger Brennstoff und fester Brennstoff werden so gesehen nicht simuliert, da diese vor der Verbrennung in gasförmigen Brennstoff umgewandelt werden. Da diese Umwandlung eine meist nur geringe bzw. nicht sichtbare Reaktionszone besitzen, verwendet der Algorithmus die Oberfläche von dem festen Brennstoff als Ankerpunkt, an dem das brennbare Gas sich bildet. Es geht hauptsächlich um die Flammenerscheinung, die bei der Verbrennung von Gasen und Dämpfen entsteht, Glut kann nicht modelliert werden. Neben dem Aussehen wird das Verhalten der Flammen durch eine Expansion beeinflusst, wenn die Zündtemperatur erreicht ist. Außerdem wird die Auftriebskraft und eine Wirbelverstärkungskraft einberechnet um ein realistisches Verhalten zu erzeugen. Es können jedoch keine Detonationen, also Hochgeschwindigkeitsverbrennungen mit hohen Druckwellen, erzeugt werden. Eine Interaktion von brennbaren und nicht brennbaren Objekten mit dem Feuer ist möglich.

Um die Vorgänge in dem Algorithmus zu verstehen und diese mit den physikalischen Gegebenheiten vergleichen zu können, wird in diesem Artikel zuerst auf den realen Verbrennungsprozess eingegangen und der Zusammenhang zwischen der Temperatur, Geschwindigkeit, Druck und Dichte in einem Feuer erläutert. Zudem werden Grundkenntnisse vermittelt, wie Feuer mithilfe von Fluiden dargestellt werden kann und am Computer berechnet werden kann. Hierzu werden die Erhaltungssätze und die Navier-Stokes Gleichung erläutert, die als Grundlage für die Berechnung des Feuer-Algorithmus von (Nguyen, et al., 2002) dienen. Neben diesen Grundkenntnissen werden auch die wesentlichen Methoden beschrieben, die den Algorithmus charakterisieren und die Berechnung des Feuers möglich machen. So wird am dem Algorithmus Stabilität zu geben und Rechenzeit einzusparen die Stable-Fluid-Methode angewandt. Während mithilfe der Level-Set-Methode und der Ghost-Fluid-Methode eine Grenzfläche zwischen zwei Phasen in dem Feuer erstellt wird, die ein wesentliches Merkmal des Algorithmus darstellt.

3 Physikalischer und chemischer Hintergrund der Verbrennung

Um ein Verständnis für das Erstellen von Feuereffekten zu erlangen ist es unumgänglich, sich mit den physikalischen und chemischen Prozessen, die bei einer Verbrennung entstehen, auseinanderzusetzen. Erst wenn man weiß, wie Feuer in der Realität entsteht, kann man es auch am Computer nachbilden.

3.1 Der Verbrennungsprozess

"Der Verbrennungsprozess ist ein chemischer Vorgang, bei dem sich ein brennbarer Stoff unter Wärme- und Lichterscheinung (Feuererscheinung) mit Sauerstoff verbindet." [(Hamilton, 2000) S. 600] Ein brennbarer Stoff kann ein gasförmiger, flüssiger oder fester Stoff sein, welcher sich mit einem Oxidationsmittel, welches normalerweise Luft ist, vermischt und in Form von Flammen oder Glut verbrennt. Bevor flüssige und feste Brennstoffe verbrennen, erfolgt zunächst unter Einwirkung einer bestimmten Temperatur eine chemische Umwandlung. Hierbei entstehen bei einem flüssigen Brennstoff durch Wärme Dämpfe. Ist der Flammpunkt erreicht, also die Temperatur, in der sich die brennbaren Dämpfe in ausreichender Menge gebildet haben, können sich die Dämpfe entzünden. Feste Brennstoffe hingegen können sich unterschiedlich bei Wärme verhalten. So gibt es feste Stoffe, die durch Wärme flüssig werden und die wiederum brennbare Dämpfe bilden, wie es zum Beispiel bei Wachs der Fall ist. Es gibt aber auch feste Brennstoffe, die sich unter Wärmeeinfluss in einen gasförmigen Bestandteil und festen Kohlenstoff zersetzen, wie es zum Beispiel bei Papier und Holz der Fall ist. Aber auch Metalle und künstlich entgaste Stoffe, wie zum Beispiel Holzkohle, sind feste Brennstoffe. Alle Gase und Dämpfe verbrennen in Form von Flammen, während der feste Kohlenstoff, die Metalle und die künstlich entgasten Stoffe in Form von Glut verbrennen.

Die Verbrennung findet erst statt, wenn das richtige Mengenverhältnis zwischen Brennstoff und Oxidationsmittel vorliegt und die einwirkende Temperatur die Zündtemperatur der Stoffe erreicht hat. Diese Voraussetzungen werden in der Abbildung 1 dargestellt.

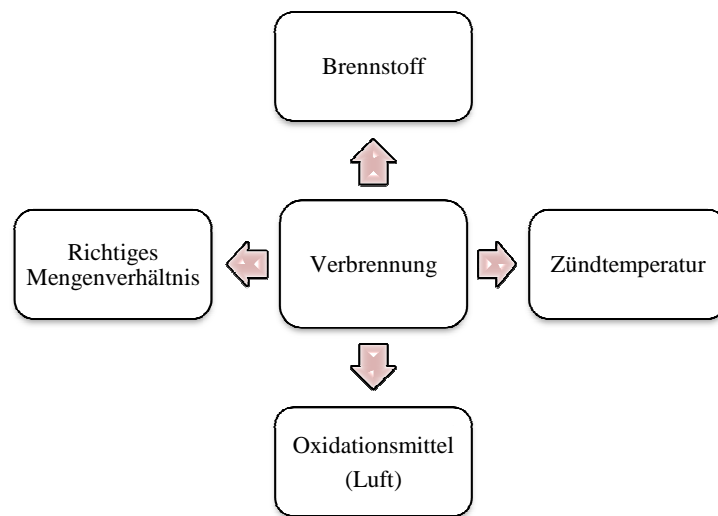


Abbildung 1: Vier Voraussetzungen, die benötigt werden um einen Verbrennungsprozess auszulösen [vgl. (Sass, 2001) Seite 3]

Erreicht die Temperatur die Zündtemperatur, kommt es zum Brennen des Gases, das heißt zur Flammenbildung. Hierbei wird Energie in Form von Wärme und Licht freigesetzt. Die Flammenbildung ist eine physikalische Erscheinung und erzeugt eine Strahlung im sichtbaren und infrarotem Spektralbereich.

Im Falle einer unvollständigen Verbrennung, die zum Beispiel aufgrund einer zu geringen Sauerstoffzufuhr resultieren kann, entstehen teilweise oxidierte Stoffe, zum Beispiel Kohlenstoffmonoxid, und nicht oxidierte Stoffe, zum Beispiel Ruß. Die Stoffe aus einer unvollständigen Verbrennung werden auch Verbrennungsprodukte genannt. Rauch ist also ein Produkt einer unvollständigen Verbrennung. Das gelb-oranger Leuchten, welches man von Feuer typischerweise kennt, ist ein Resultat der Verbrennung von Ruß.

3.2 Zusammenhang zwischen Temperatur, Druck, Dichte und Verbrennungsgeschwindigkeit

Damit Feuer berechnet werden kann, muss zunächst festgestellt werden, welche Komponenten relevant sind und wie deren Zusammenspiel funktioniert.

Wie schnell ein Feuer brennt, also wie schnell die Verbrennungsgeschwindigkeit ist, ist von mehreren Faktoren abhängig. Zum einen hängt es davon ab, wie viel Luftzufuhr das Feuer hat. Fehlt das Oxidationsmittel erlischt das Feuer. Ist nur wenig Luft vorhanden, kommt es zu einer unvollständigen, schlechten Verbrennung. Je mehr Luft jedoch vorhanden ist, desto besser und schneller ist auch die Verbrennung, bis zu dem Punkt, an dem die Luftzufuhr das Feuer die Wärme entzieht und somit das Feuer gelöscht wird. Aber auch die Sauerstoffkonzentration hat Einfluss auf die Verbrennungsgeschwindigkeit. Bei reinem Sauerstoff als Oxidationsmittel ist die Verbrennungsgeschwindigkeit auf dem Höhepunkt, bei sinkendem Sauerstoffgehalt sinkt auch die Geschwindigkeit der Verbrennung und kommt bei einem Sauerstoffgehalt von unter 15% zum Erliegen. Bei festen Brennstoffen ist es auch relevant, wie das Verhältnis von Oberfläche zur Masse ist. Je größer die Oberfläche ist, desto mehr Luft kommt mit dem Brennstoff in Berührung, sodass eine schnellere Verbrennung entsteht. Bei Gasen und Dämpfen ist das Mischungsverhältnis von Brennstoff und Oxidationsmittel entscheidend. Wobei auch hier gilt, je mehr Sauerstoff mit dem Brennstoff in Berührung kommt, desto schneller ist die Verbrennung.

Die Temperatur ist der Wärmezustand eines Stoffes. Bei einer Erwärmung dehnen sich feste, flüssige und gasförmige Körper aus [vgl. (Hamilton, 2000) S. 615] Diese Ausdehnung wird auch als Expansion bezeichnet und geht mit einer Veränderung der Dichte einher. Auch die Verbrennungsgeschwindigkeit erhöht sich bei einer Erhöhung der Temperatur. Hier kommt es bei einem Temperaturanstieg von 10 Grad zu einer Verdoppelung bis zur Verdreifachung der Oxidationsgeschwindigkeit. Bei einer enormen Steigerung der Verbrennungsgeschwindigkeit kann es zur Explosion kommen.

Eine Explosion ist eine sehr schnelle Verbrennung mit Volumenerweiterung. Das heißt, bei der Verbrennungsreaktion kommt es durch Erhöhung der Temperatur zu einer Ausdehnung der entstehenden Gase, was auch eine Druckerhöhung zur Folge hat. Eine Explosion kann man in ein Verpuffung, Deflagration und Detonation klassifizieren. Die Verpuffung ist die "langsamste" Explosion und es entsteht nur ein mäßiger Druckanstieg. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit liegt bei 0,01-1 m/s und der Druckanstieg ist sehr gering und liegt unterhalb von 1 bar. "Die Deflagration ist eine gedämmte Explosion mit einer Flammenausbreitungsgeschwindigkeit unter der Schallgrenze (bis 330 m/s) und einem Druckanstieg von bis zu 1-14 bar." [(Sass, 2001) Seite 11] Die Detonation breitet sich mit Überschallgeschwindigkeit aus und erzeugt sehr starke Druckwellen, mit einem Druckanstieg von 10 - 50 bar.

In dem Algorithmus von (Nguyen, et al., 2002) werden nur Deflagrationen und keine Detonationen umgesetzt. Schockwellen und starke Explosionen werden somit nicht realisiert. Es geht hauptsächlich um die Feuererscheinung.

3.3 Flammentypen

Flammen kann man in verschiedene Flammentypen kategorisieren. Diese Flammentypen unterscheiden sich darin, ob der Brennstoff und das Oxidationsmittel zuerst gemischt und dann verbrannt werden, wie es bei Vormischflammen der Fall ist, oder ob die Mischung während der Verbrennung erfolgt, wie es bei nicht-vorgemischten Flammen, auch als Diffusionsflammen bezeichnet, der Fall ist.

Charakteristisch für Vormischflammen ist, dass diese Flammen hohe Temperaturen erreichen können und rußfrei verbrennen. Bei der Verbrennung kommt es zu einem blauen bzw. bläulichen Leuchten. Bei Nicht-vorgemischte Flammen hingegen wirkt das Oxidationsmittel von außen auf den Brennstoff ein, wodurch das Oxidationsmittel durch den Brennstoff diffundiert. Hierbei bilden sich unterschiedliche Schichten, die unterschiedliche Mischungen von Brennstoff und Oxidationsmittel und unterschiedliche Temperaturen besitzen. Beispielsweise kann man die Schichten bei einer Kerzenflamme gut erkennen.

Eine Kerzenflamme ist in drei Zonen, die Gaszone, die Glühzone und die Verbrennungszone unterteilt (siehe Abbildung 2). Die dunkle Gaszone ist der Bereich, in dem sich breite Dämpfe aus dem flüssigwerdenden Wachs entstehen. Hier erfolgt noch keine Verbrennung sondern nur eine Entstehung von brennbaren Gasen. In der hellen gelbstrahlenden Glühzone zersetzen sich die Dämpfe in Wasserstoff und Kohlenstoff. "Das Glühen kommt von dem abgespaltenen festen Kohlenstoff" (Hamilton, 2000) S. 602. Dieser feste Kohlenstoff wird auch Ruß genannt. In der Verbrennungszone erfolgt die Verbrennung mit der heißesten Verbrennungstemperatur und der Kontakt zum Sauerstoff ist hier am größten. Diese Zone ist meist leicht bläulich.

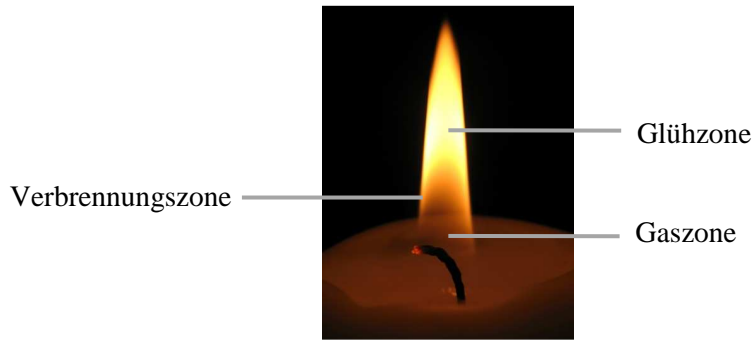


Abbildung 2: Zonen einer Kerzenflamme

Nicht-vorgemischte Flammen leuchten gelb wegen der thermischen Strahlung von glühenden Rußteilchen.

Es gibt auch noch teilweise vorgemischte nicht-vorgemischte Flammen. Diese Flammen entsteht beispielsweise bei einem Bunsenbrenner, bei dem das Luftventil nur teilweise geöffnet ist, sodass der Brennstoff sich mit weniger Luft vormischt und bei der Verbrennung sich mit weiterer Luft vermischt.

Neben den Mischtypen kann man Flammen anhand ihres Strömungsverhaltens unterscheiden. Man unterteilt in laminares oder turbulentes Strömungsverhalten. Bei einer laminaren Strömung vermischen sich die unterschiedlichen Strömungs-Schichten nicht, während es bei turbulenten Strömungen zu Verwirbelungen und somit zur Vermischung der Schichten kommt.

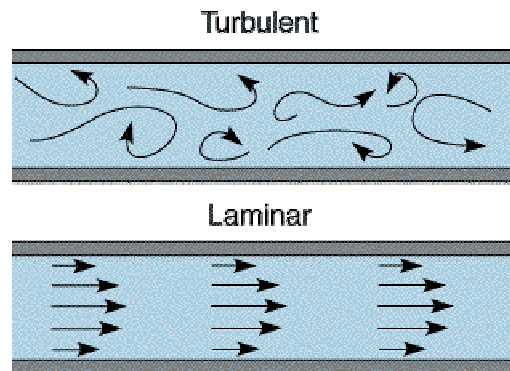


Abbildung 3: Laminare und turbulente Strömung

4 Fluid

Flüssigkeiten und Gase werden auch als Fluide bezeichnet. Man vereint diese beiden Begriffe, da man ihnen ähnliche Verhaltensweisen zuordnen kann. Dieses Verhalten wird in der Strömungslehre anhand von Strömungen beschrieben. Der einzige Unterschied zwischen Flüssigkeiten und Gasen besteht in der Viskosität und der Kompressibilität.

Viskosität beschreibt, wie zähflüssig eine Flüssigkeit fließt. Flüssigkeiten bestehen aus einer Menge von Molekülen, die dicht beieinander liegen. Je näher die Moleküle aneinander liegen, desto höher ist die Reibung untereinander. Anhand der Stärke der Reibung unter den Molekülen kann beschrieben werden, wie schnell eine Flüssigkeit in Bewegung gesetzt werden kann und wie schnell diese Bewegung ohne weiteres Einwirken nur anhand der inneren Reibung wieder zum Stillstand kommt. Wenn man zum Beispiel ein Glas Leitungswasser mit einem Löffel umrührt kann diese Flüssigkeit sehr viel schneller in Bewegung gesetzt werden, als wenn man ein Glas Honig umrühren würde. Wenn man mit dem Umrühren aufhört und den Löffel herausnimmt, kommt das Leitungswasser wesentlich langsamer wieder zum stehen als der Honig. Der Honig besitzt also eine wesentlich höhere Reibung und somit eine höhere Dichte als das Leitungswasser. Diese Reibung wird auch als Viskosität bezeichnet. Gase wiederum bestehen aus Moleküle, die sich im großen Abstand voneinander bewegen.

Hierbei kommt es nur zu geringen Reibungen untereinander, sodass die Viskosität bei Gasen vernachlässigt werden kann. Sie werden als reibungsfrei bezeichnet.

Kompressibilität ist ein Maß dafür, ob sich die Dichte von Fluiden bei einer auftretenden Druckveränderung verändert und somit dessen Volumen beeinflusst wird. Gase gelten als kompressibel, da sich mit Erhöhung des umgebenen Druckes auch das Volumen des Gases verringert und somit sich die Dichte erhöht. Flüssigkeiten besitzen eine höhere Dichte als Gase und werden von einer Druckveränderung meist wenig beeinflusst. Inkompressible Fluide gibt es zwar nicht, aber bei Berechnungen kann man Flüssigkeiten als inkompressible betrachten, da der entstehende Fehler vernachlässigbar klein ist.

Für die Berechnung und Simulation von Flüssigkeiten oder Gasen werden die Eigenschaften der Fluide benötigt. Zu den Eigenschaften der Fluide zählt das Verhalten der Fluide, also ob diese inkompressibel oder kompressibel sind, die Art der Fluide, also ob sie reibungsfrei oder viskose sind, und die Strömungsform, laminar oder turbulent, ist relevant. Da bei der Flammenbildung Gas oder Dämpfe verbrennen, zählt Feuer zu den Fluiden und kann mithilfe der Eigenschaften von Fluiden berechnet werden.

5 Erhaltungssätze und Navier-Stokes-Gleichung

Fluide können mithilfe der Erhaltungssätze für Masse und Energie und den Navier-Stokes Gleichung, die auch als Impulsgleichung für Strömungen bezeichnet werden, physikalisch beschrieben werden. Diese Grund-Gleichungen sind ein mathematisches Modell zur Beschreibung von Strömungen, mit deren Hilfe das Verhalten von Fluiden exakt berechnet werden kann. Zusätzlich zu den Erhaltungssätzen und Grundgleichungen müssen noch Randbedingungen für die Strömung definiert werden.

5.1 Masseerhaltung/Kontinuitätsgleichung

Der Erhaltungssatz für die Masse wird auch als Kontinuitätsgleichung bezeichnet und besagt, dass die Masse erhalten bleiben soll, auch wenn eine chemische Reaktion stattfindet und zum Beispiel Stoffe in andere Stoffe umgewandelt werden. Das heißt, es wird keine Masse zusätzlich erzeugt oder vernichtet, die Masse bleibt unverändert. Zum Beispiel erfolgt bei der Verbrennung von Holz kein Masseverlust. Die Masse des Holzes geht in dem Verbrennungsprozess nicht verloren, es erfolgt lediglich ein Umwandlungsprozess von Holz in Holzkohle, Ruß, Kohlenstoffdioxid, Kohlenstoffmonoxid und weitere Stoffe. Die Masse wird lediglich transportiert. In der Strömungsmechanik bedeutet das, dass in jedem beliebigen Punkt im Strömungsgebiet gleich viel Masse ein- wie ausströmt [vgl. (Oertel, et al., 2004) Seite 196].

$$\begin{aligned} &\text{Die zeitliche Änderung der Masse im Strömungsgebiet} = \\ &\sum \text{der einströmenden Masseströme in das Strömungsgebiet} - \\ &\sum \text{der ausströmenden Masseströme im Strömungsgebiet} \end{aligned}$$

5.2 Navier-Stokes-Gleichung

Die Navier-Stokes-Gleichung nach Claude Louis Marie Henri Navier und George Gabriel Stokes wird für die Berechnung der Bewegung von Strömungen verwendet und wird auch als Impulserhaltung für Strömungen bezeichnet. Die Gleichung setzt sich aus partiellen Differentialgleichungen 2. Ordnung zusammen und enthält die strömungsbeschreibenden Variablen Geschwindigkeit, Druck, Dichte und Viskosität als Funktion von Ort und Zeit.

Der Impuls eines Körpers ist das Produkt seiner Masse mit der Geschwindigkeit. Der Impuls beschreibt also eine Bewegung eines Körpers. Trifft der Körper auf einen anderen Körper, kann er den Impuls ganz oder teilweise auf den anderen Körper übertragen. Bei Fluiden würde das bedeuten, dass wenn ein bewegtes Molekül auf ein oder mehrere andere trifft, die Bewegung ganz oder teilweise übertragen wird. Aber es können noch andere Kräfte auftreten, die ihren Impuls ganz oder teilweise

weitergeben. So wirken zum Beispiel die Schwerkraft, die Normal- und Scherspannung auf die Strömung ein und beeinflussen die Bewegung.

Die Impulserhaltung besagt nun, dass in dem Strömungsgebiet der Gesamtimpuls, also die Summe aller auftretenden Einzelimpulse, konstant bleibt. [vgl. (Oertel, et al., 2004) Seite 198]

$$\begin{aligned} \text{Die zeitliche Änderung des Impulses im Strömungsgebiet} = & \\ & \sum \text{ der eintretenden Impulsströme} - \\ & \sum \text{ der ausströmenden Impulsströme} + \\ & \sum \text{ der einwirkenden Scher- und Normalspannung} + \\ & \sum \text{ der weiteren auf die Masse einwirkenden Kräfte} \end{aligned}$$

5.2.1 Euler-Gleichung

Die Euler-Gleichung ist ein mathematisches Modell zur Beschreibung der Bewegung einer Strömung von reibungsfreien Fluiden mithilfe von partieller Differentialgleichungen 1. Ordnung. Die Gleichung ist ein Spezialfall der Navier-Stokes-Gleichung, da hier die Viskosität = 0 gesetzt wird. Sie eignet sich aus diesem Grund besonders für Strömungsvorgängen in Gasen. Die Euler-Gleichung ist durch die niedrigere Ordnung der Differentialgleichungen besser mathematisch handhabbar, jedoch liefert die Navier-Stokes-Gleichung eine vollständige Beschreibung der Strömung.

5.3 Energieerhaltung

Die Energieerhaltung besagt, dass keine Energie verloren geht. Die Energie kann lediglich in eine andere Form von Energie umgewandelt werden. Zum Beispiel erfolgt in einem Verbrennungsprozess eine Umwandlung von chemischer Energie in freigesetzter Wärmeenergie. Ein anschließender Wärmeaustausch mit der kälteren umgebenden Luft bewirken einen Temperaturabfall, wobei die Gesamtenergie stets erhalten bleibt.

5.4 Randbedingungen

Da Strömung in einem Raum definiert werden, muss festgelegt werden, wie die Strömung an den Rändern der Raumes, also an den Wänden, verhält. Dies ist sehr relevant um der Erhaltung der Masse umzusetzen. Die Randbedingungen lassen sich in feste, periodische und freie Ränder unterteilen. Zu den festen Randbedingungen zählt die Haft- und die Rutschbedingung. Die Haftbedingung besagt, dass die Fluide an der Wand haften bleiben. Dies bedeutet, dass die Geschwindigkeit der Fluide am Rand gleich null ist. Sie kommen also zum Stehen und können somit nicht aus dem Raum gelangen. Die Rutschbedingung besagt, dass die Fluide reibungsfrei entlang der Wand rutschen. Sie können ebenfalls nicht aus den Rändern strömen. Die Geschwindigkeit der Fluide bleibt an der Wand erhalten. Die Periodische Randbedingung besagt, dass die Fluide aus den Rändern strömen darf, aber auf der gegenüberliegenden Seite wieder hineinströmen muss. Bei der freien Randbedingung entwickeln sich die Ränder dynamisch während der Zeit mit der Strömung innerhalb des Raumes.

6 Numerische Lösung

Numerische Verfahren sind "...Verfahren, mit deren Hilfe Differentialgleichungen durch algebraische Gleichungen approximiert werden können." [(Herwig, 2004) S. 226]

Fluide werden durch partielle Differentialgleichungen beschrieben, jedoch können diese in nur wenigen Fällen analytisch gelöst. Aus diesem Grund bedient man sich numerischen Verfahren, um eine Näherungslösung für die Differentialgleichungen zu finden. Bei diesen Verfahren werden Diskretisierungsmethoden angewandt. Diskretisierung bedeutet, dass aus einer kontinuierlichen Datenmenge eine endliche Teilmenge näherungsweise erstellt wird. Hierbei gehen Daten verloren, was eine exakte Lösung unmöglich macht. Wie akkurat die numerische Lösung ist, hängt somit von der Qualität des Diskretisierungsverfahrens ab.

Es gibt zwei Haupt-Kategorien, wie man die Strömung diskretisieren kann: Mithilfe des Euler-Gitters oder den Lagrangian-Partikeln. In dem Ansatz nach Euler wird der Raum mithilfe eines Gitters in

endliche Punkte, den Gitterpunkten, unterteilt. Die Strömung wird in jeder Gitterzelle kontrolliert. Je feiner das Gitter gewählt wird, desto mehr stimmt die Lösung mit der zugrundeliegenden Differentialgleichung überein. In dem Ansatz nach Lagrangian wird die Strömung mithilfe von Partikeln realisiert. Das Fluid besteht dann aus endlich vielen Partikeln, die sich näherungsweise wie das Fluid verhalten.

Bei der numerischen Lösung der Gleichungen können numerische Dissipationen auftreten. Dies sind Ungenauigkeiten in der Lösung die durch zu große Zeitschritte oder durch ein zu grobes Gitter entstehen. Bei der Berechnung von Strömungen können diese Ungenauigkeiten zu einer Dämpfung der Bewegung führen und es können turbulente Eigenschaften gehemmt werden [vgl. (Pilarski, 2003) S. 50].

7 Stable-Fluid-Methode

Die Stable-Fluid-Methode wurde von Jos Stam (Stam, 1999) entwickelt und ist ein stabiler Algorithmus um Navier-Stokes-Gleichungen numerisch zu lösen. Die Lösung kann in zwei oder drei Dimensionen erfolgen und erlaubt dem Benutzer in Echtzeit mit dem Fluid zu interagieren. Der Algorithmus zeichnet sich durch die hohe numerische Stabilität aus, welche es erlaubt, auch in großen Zeitschritten eine fluidähnliche Bewegung zu erzeugen. Es wird ein semi-Lagrangian Verfahren verwendet, in dem die Partikel zeitlich zurückverfolgt werden. Um eine schnelle, in Echtzeit ablaufende, Simulation zu ermöglichen, wird auf eine akurate Lösung verzichtet. Es entstehen geringfügige Ungenauigkeiten, sodass der Algorithmus nicht für wissenschaftliche Applikationen geeignet ist, in denen eine exakte, physikalisch korrekte Lösung notwendig ist. In der Computer Graphik ist das visuelle Aussehen und Verhalten von höherer Bedeutung als die physikalische Korrektheit, die sehr viel Computerleistung benötigt. Aus diesem Grund ist diese geringfügige Ungenauigkeit hinnehmbar und wird durch die Schnelligkeit und Einfachheit des Algorithmus entschädigt.

7.1 Vorgehen der Stable-Fluid-Methode

Stam verwendet in seinem Algorithmus ein Semi-Lagrangian Verfahren und implizite Methoden um die Navier Stokes-Gleichungen zu lösen. Das Vorgehen der Methode wird in Abbildung 4 erläutert.

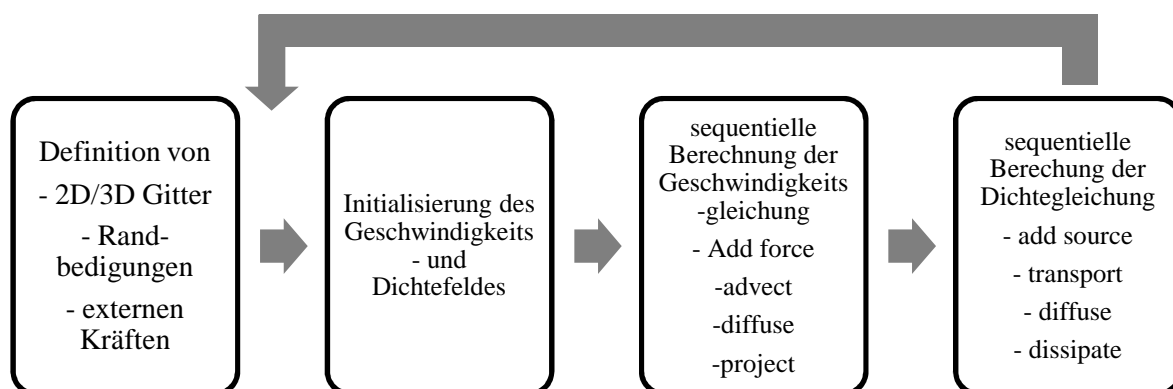


Abbildung 4: Stable Fluid-Algorithmus

Zu Beginn werden zwei Gitter definiert, in dem die Simulation ablaufen soll. Die Gitter können zwei oder drei Dimensionen besitzen und werden durch den Ursprung, die Längen jeder Seite und die Anzahl der Zellen in jeder Koordinate beschrieben. Sobald die Gitter initialisiert ist, wird das Geschwindigkeitsfeld im Zentrum jeder Zelle definiert. Nach der Initialisierung kann mit der Simulation begonnen werden.

Für jeden Simulationsschritt werden vier Schritte durchgeführt:

1. "add force": Im ersten Simulationsschritt werden externe Kräfte zu dem Geschwindigkeitsfeld hinzuaddiert. Diese externen Kräfte können beispielsweise Windfelder sein und eine Auftriebskraft etc.
2. "advect": Der zweite Schritt besteht in der Advektion bzw. Konvektion des Fluids auf sich selbst. Dies bedeutet, dass die Fluidpartikel durch die eigene Fluidgeschwindigkeit bewegt werden. Um hierfür eine stabile Lösung zu erhalten wird die "method of characteristics" angewandt, welche eine Technik zum Lösen von partiellen Differential-Gleichungen ist und aus einem Partikel-Tracer und einer Interpolation besteht. Dieses Verfahren stützt sich auf den Lagrangian-Ansatz. Die Fluidpartikel beschreiben durch die Advektion bzw. Konvektion einen Weg, der zurückverfolgt werden kann. Das heißt, dass von einem gegebenen Zielort des Partikels der Ausgangspunkt gesucht werden kann. Es findet eine Rückverfolgung statt, die mithilfe eines Partikel-Tracers erfolgt. "Da der zurückgerechnete Ort in der Regel vom Zentrum einer Zelle abweicht, die Geschwindigkeitskomponente jedoch immer für die Mittelpunkte berechnet werden, ist es erforderlich, die Werte des zurückgerechneten Ortes durch Interpolation zu bestimmen." [(Jackèl, et al., 2006) Seite 203]
3. "diffuse": Der dritte Schritt ist ein Diffusionsprozess, in dem sich die Geschwindigkeiten der benachbarten Zellen, die unterschiedliche Werte aufweisen, anpassen. Dies ist wieder ein Eulerscher Ansatz. Hierbei wird die Viskosität berücksichtigt. Wenn die Viskosität zu groß wird, wird jedoch die Methode instabil. Aus diesem Grund wird eine implizite Methode angewandt.
4. "project": Der vierte Schritt ist ein Projektionsschritt und macht das Geschwindigkeitsfeld Divergenzfrei. Dies bedeutet, dass in diesem Schritt die Masse-Erhaltung hergestellt wird.

Nach dem Simulationsschritt wird die neue Lösung im zweiten Gitter abgespeichert. Für den nächsten Simulationsschritt ist das zweite Gitter das erste.

Mit dem Dichtefeld wird analog verfahren. Zuerst erfolgt die Initialisierung und für jeden Simulationsschritt werden vier Schritte berechnet: "add the source, transport the field by the velocity, diffuse and finally dissipate the field." [(Stam, 1999) Seite 5]

1. "add the source": Der erste Schritt besteht in der Eintragung der Dichtewerte in das Gitter.
2. "transport the field by the velocity": Der zweite Schritt transportiert die Dichte mithilfe des Geschwindigkeitsfeldes.
3. "diffuse": Bei der Diffusion werden die Dichtewerte mit den benachbarten unterschiedlichen Dichtewerten ausgeglichen.
4. dissipate the field

Die Texturkoordinaten können in dem Dichtefeld mittransportiert werden.

Die Randbedingungen der Gleichung sind periodisch oder fest (siehe Kapitel 5.4 Randbedingungen). Freie Randbedingungen können in der Methode nicht umgesetzt werden.

8 Level-Set-Methode

Die Level-Set-Methode ist ein numerisches Verfahren, um ein geometrisches Objekt in Form einer Grenzschicht oder einer impliziten Fläche in ein, zwei oder drei Dimensionen zu definieren und dessen Bewegung approximativ zu verfolgen.

Dieses Verfahren wurde von Stanley J. Osher und James Albert Sethian (Sethian, et al., 1988) entwickelt und findet in den Bereichen der numerischen Strömungssimulation, Computergrafik, der Bildverarbeitung und der Computer-Geometrie Anwendung.

Die Level-Set-Methode definiert zum Beispiel die Kontur eines geometrischen Objektes implizit als Nullstellenmenge. Das bedeutet, es wird eine Funktion ϕ verwendet, dessen Werte auf der Oberfläche des Objektes null annehmen, innerhalb des Objektes nur negative Werte und außerhalb des Objektes nur positive Werte annehmen. Es muss sich jedoch nicht um ein geometrisches Objekt handeln, es kann

auch eine Grenzschicht zwischen Wasser und Luft sein oder eine Grenzschicht zwischen zwei Strömungen, die unterschiedliche Eigenschaften besitzen und sich nicht vermischen sollen. Diese Grenzschicht wird als implizite Fläche von der Level-Set-Methode definiert, die in Abbildung 5 dargestellt.

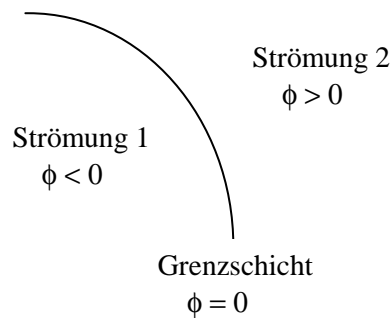


Abbildung 5: Die Level-Set-Methode

Die Level-Set-Methode definiert die Grenzschicht nicht nur, sie kann diese auch über die Zeit verfolgen, wenn sich das Objekt oder die implizite Fläche bewegt. Die Verfolgung erfolgt durch den Transport der Nullstellenmenge der Funktion ϕ . Die Grenzfläche kann als Distanzfunktion betrachtet werden, die in dem gesamten Berechnungsgebiet definiert ist und zeitabhängig ist. Um diese Verfolgung zu erleichtern, kann zusätzlich noch eine vorzeichenbehaftete Abstandsfunktion verwendet werden.

Bei impliziten Flächen die zeitliche Veränderungen unterliegen, kommt es zu freien Randwertproblemen. Der Rand ist also nicht fest, wie bei den Randbedingungen der Navier-Stokes-Gleichung beschrieben (siehe Kapitel 5.2 Navier-Stokes-Gleichung), sondern zeitlich abhängig. Bei der zeitlichen Entwicklung geht die vorzeichenbehaftete Abstandsfunktion jedoch oft verloren. Um dies zu verhindern muss nach jedem Schritt reinitialisiert werden.

Level-Set-Methode verfolgt einen Eulerschen Ansatz, in dem eine implizite Funktion regelmäßig auf einem uniformen Gitter abgetastet wird.

9 Ghost-Fluid-Methode

Die Ghost-Fluid Methode wird bei Mehrphasenströmungen angewendet um unstetige Werte im Bereich des freien Randes in stetige Werte zu verwandelt. Diese Methode wurde von Ronald P. Fedkiw, Tariq Aslam, Barr Merriman und Stanley Osher in (Fedkiw, et al., 1999) eingeführt.

Mehrphasenströmungen sind Strömungen, die mehrere Phasen besitzen. Jede Phase wird durch eine Grenzschicht von der anderen getrennt. Diese Grenzschicht kann zum Beispiel von der Level-Set-Methode (siehe Kapitel 8 Level-Set-Methode) erstellt werden. Bei der Diskretisierung der Mehrphasenströmung kann es jedoch zu einer "Vermischung" der Werte in den Randbereichen führen, das heißt die Diskretisierung greift auf Werte der Fluidströme auf beiden Seiten der Grenzschicht zu, was zu unstetigen Werten an der Grenzschicht führen kann. Um dies zu vermeiden werden sogenannte Ghost-Zellen verwendet. Ghost-Zellen werden stets in der Region der anderen Fluidströmung der gegenüberliegenden Seite der Grenzschicht definiert. Sie repräsentieren physikalische Größen wie Masse, Impuls und Energie und enthalten Variablen für den Druck (p), die Dichte (ρ) und die Geschwindigkeit (v). Wenn man jetzt von zwei Strömungen ausgeht mit einer Grenzschicht, die diese trennt, werden Ghost-Zellen auf beiden Seiten der Grenzschicht entsprechend erstellt. Man kann sich dies in Form eines Bandes entlang der Grenzschicht vorstellen, wobei je nach Diskretisierungsart die Breite des Bandes variieren kann. Kommt es jetzt bei der Diskretisierung zu unstetigen Werten, werden diese über die Grenzschicht hinweg mithilfe der Ghost-Zellen extrapoliert. Stetige Werte bleiben erhalten und sind mit den Ghost-Werten identisch. Abbildung 6 zeigt das grenzüberschreitende Zugreifen auf die Ghost-Zellen in einer Dimension.

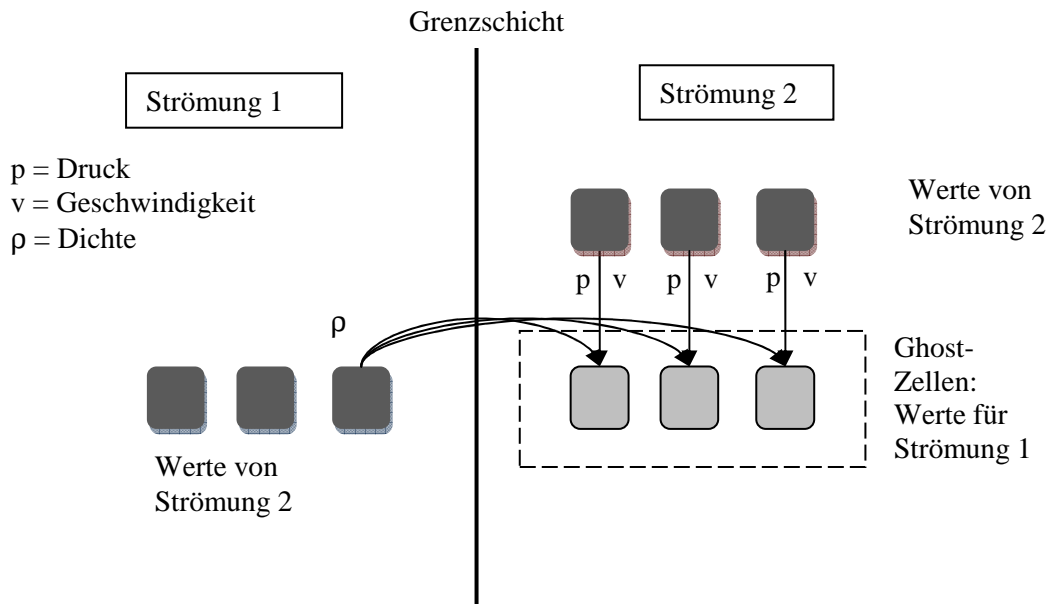


Abbildung 6: Die Ghost-Fluid-Methode in einer Dimension (vgl. (Pilarski, 2003) Seite 33)

10 Physikalisch basierte Modellierung und Animation von Feuer nach Duc Quang Nguyen, Ronald Fedkiw, Hendrik Wann Jensen

10.1 Temperaturkurve, blauer Kern und fester Brennstoff

Der Aufbau und das Aussehen des Feuers, welches durch den Feuer-Algorithmus von (Nguyen, et al., 2002) erstellt wird, soll dem realen physikalischen Modell nachempfunden werden. Um dies zu erreichen, hängt der Aufbau des Feuers von einer Temperaturkurve ab, die dem physikalischen Modell entspricht. Diese Temperaturkurve ist in Abbildung 7 dargestellt.

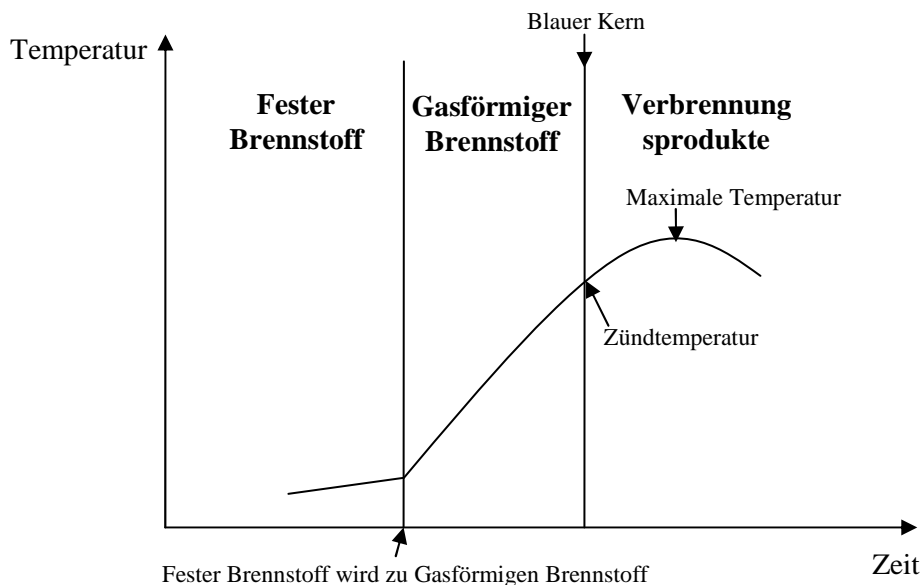


Abbildung 7: Temperaturentwicklung für ein festen Brennstoff

Wird die Temperatur, die auf einen festen Brennstoff einwirkt, erhöht, ändert sich der Aggregatzustand des festen Brennstoffes in gasförmigen Brennstoff. Steigt die Temperatur weiter an, sodass die Zündtemperatur des Gases erreicht wird, beginnt das Gas zu brennen. Dabei entsteht der blaue Kern und das Gas wird in Verbrennungsprodukte umgewandelt. Steigt die Temperatur weiter an,

ändert sich das Aussehen der Flammen von bläulich zu gelb-orange. Bei der gelb-orangen Färbung ist auch die maximale Temperatur erreicht. Danach sinkt die Temperatur wieder, bis die Flammen in Rauch übergehen und die gelb-orangen Flammen nicht mehr zu sehen sind. Diese Temperaturkurve ist gut mit den Zonen einer Kerze vergleichbar (siehe Kapitel 3.3 Flammentypen). Wobei der Blaue Kern direkt nach der Gaszone und vor der Glühzone sich befindet. Die gelb-orange Flamme ist dann die Glüh- und Verbrennungszone.

Der blaue Flammenkern stellt den Bereich dar, in dem der gasförmige Brennstoff sich entzündet und zu Verbrennungsprodukten übergeht. Begrenzt wird der Flammenkern von einer Grenzfläche, auch implizite Fläche genannt. Diese Grenzfläche separiert den gasförmigen Brennstoff von den Verbrennungsprodukten. Die Größe der Fläche des blauen Kerns (A_s) kann mithilfe der Formel

$$vf * Af = S * As \quad (1)$$

berechnet werden. Der blaue Kern (A_s) wird bestimmt durch die Fläche (A_f), aus der das Gas entsteht beziehungsweise herausströmt, mal der Geschwindigkeit (vf), mit der sich das Gas bewegt. Zudem wird die Größe des blauen Kerns von der Geschwindigkeit (S) beeinflusst, die angibt, wie schnell das Gas in Verbrennungsprodukte konvertiert. (S) ist somit die Abbrenngeschwindigkeit und ist von dem verwendeten Brennstoff abhängig. Demnach kann (S) als Variable für verschiedene Brennstoffmaterialien benutzt werden. Je schneller sich das Gas in Verbrennungsprodukte umwandelt, desto kleiner ist der blaue Kern. Je langsamer dies erfolgt, desto größer wird auch der blaue Kern. Je schneller das Gas aus der Fläche (A_f) herausströmt, desto länger und somit größer wird der blaue Kern.

Diese Zusammenhänge sind laut (Nguyen, et al., 2002) für vorgemischte Flammen (siehe Kapitel 3.3 Flammentypen) sehr passend. Bei nicht-vorgemischten Flammen muss sich der Brennstoff erst mit der Luft vermischen. Diese Vermischung benötigt Zeit und würde in einem größeren blauen Kern resultieren. Folglich müsste hier eine andere Berechnung stattfinden, welche mehr Computerarbeit benötigen würde und somit kostenintensiver wäre. Um diese zusätzliche Berechnung zu umgehen, wird einfach ein höherer Wert für (S) verwendet, als es für Vormischflammen der Fall wäre. Dies führt auch zu einem größeren blauen Kern und somit zu vergleichbaren Resultaten. Nicht-vorgemischte Flammen werden also nicht separat in dem Algorithmus berechnet, sondern nur durch einen anderen Wert für (S).

Fester Brennstoff brennt in Form von Glut (siehe Kapitel 3.1 Der Verbrennungsprozess), diese Glut wird jedoch nicht mithilfe des Algorithmus dargestellt, sondern nur Flammen. Erst wenn der feste Brennstoff brennbare Dämpfe bildet, können Flammen entstehen. Die Reaktionsfront, in der diese Änderung des Aggregatzustandes auftritt, ist meist recht klein, sodass dieser Umwandlungsvorgang in dem Algorithmus aus Effizienzgründen nicht berechnet wird. Stattdessen wird die Oberfläche des festen Brennstoffes verwendet, um diese direkt als Reaktionsfront zu verwenden. Hierbei wird ein Objekt, welches den festen Brennstoff darstellt, als Emitter verwendet, der brennbares Gas mit einer bestimmten Geschwindigkeit emittiert. Die brennbaren Dämpfe strömen also direkt aus dem Objekt hinaus. Die Richtung, in der das Gas herausströmt, wird durch die Oberflächennormale jedes Voxels des festen Brennstoffes vorgegeben. Da das Gas an den einzelnen Voxeln des Objektes emittiert wird, ist es möglich nur Teile des festen Brennstoffes brennen zu lassen oder unterschiedliche Geschwindigkeiten des Herausströmens an den Voxeln zu definieren, sodass das Feuer differenzierter brennt. Es ist auch möglich das Feuer ganz zu löschen, indem die Geschwindigkeit des Herausströmens des Gases auf null gesetzt wird. Andererseits können Objekte mithilfe der Herausströmgeschwindigkeit auch anfangen zu brennen, sodass eine Interaktion von Objekten mit Feuer dargestellt werden kann.

10.2 Expansion, Auftriebskraft und Wirbelverstärkungskraft

In dem realen Verbrennungsprozess erfolgt durch die Erhöhung der Temperatur eine Ausdehnung des Gases, auch Expansion genannt (siehe Kapitel 3.2 Zusammenhang zwischen Temperatur, Druck, Dichte und Verbrennungsgeschwindigkeit). Diese Expansion erfolgt in dem Algorithmus durch die

Verfolgung einzelner Fluidelemente im Raum und die Aufzeichnung dessen Temperaturentwicklung über die Zeit. Wenn das Fluidelement die Blaue Zone überschreitet, würde es ohne die Expansion einfach gradlinig weiter in die Höhe steigen. Durch Hinzufügen eines Expansionsparameters beschreitet das Fluidelement eine Kurve, sodass die Flammen voller und mehr turbulent wirken. Je größer die Expansion ist, desto voller und größer wirkt auch die Flamme. Da eine Expansion eine Dichteänderung ist, wird die Expansion auch mithilfe der Dichte berechnet, wobei sich die Dichte in dem Algorithmus nicht ändert, sondern von vornherein festgelegt wird. Da aber der gasförmige Brennstoff und die Verbrennungsprodukte getrennt berechnet werden, kann hier der Unterschied in den verschiedenen Dichten als Berechnung für die Expansion verwendet werden. Die Differenz der Dichte des gasförmigen Brennstoffes und der Dichte der Verbrennungsprodukte gibt somit die Ausdehnung an.

Durch die Temperatur entsteht bei einem realen Feuer ein Auftrieb des Gases und der Verbrennungsprodukte. Um diesen Auftrieb mit einzuberechnen wird eine externe Kraft, die Auftriebskraft (f_{bouy}), hinzugefügt. Diese Auftriebskraft ist proportional zu der Temperatur und wirkt sich nur in z-Richtung aus, was bedeutet, dass sie sich nur senkrecht nach oben auswirkt. Da die Auftriebskraft abhängig vom Temperaturunterschied des Feuers (T) und seiner Umgebung (T_{air}) ist, wird hier die Temperaturdifferenz zur Berechnung der Auftriebskraft verwendet.

$$f_{bouy} = \alpha * (T - T_{air}) * z \quad (2)$$

(z) beschreibt hier einen normalisierten Richtungsvektor, der entgegengesetzt zur Schwerkraft relativ zum Gitterkoordinatensystem ausgerichtet ist. (α) ist eine Gewichtung des Kraftterms mit einem Wertebereich zwischen 0 und 1.

Für Feuer und Rauch sind Verwirbelungen und Turbulenzen in der Bewegung charakteristisch. Durch die numerische Dissipation (siehe Kapitel 6 Numerische Lösung) wird die Verwirbelung jedoch bei der Berechnung gedämpft, sodass durch ein grobes Gitter ein Teil der Wirbel, meist die sehr kleinen Wirbel, verloren gehen. Um diese Wirbel zurückzugewinnen, wird die "Vorticity-Confinement" Technik von Steinhoff (Steinhoff, et al.) angewendet. Als ersten Schritt wird eine Wirbelvariable ω erstellt, die die Quelle der Wirbel darstellt. Die Wirbelverstärkung kann mithilfe der Formel

$$f_{conf} = \varepsilon * h * (N \times \omega) \quad (3)$$

berechnet werden. (ε) kontrolliert die Menge der kleinen Wirbel, die zurückgewonnen werden soll. (h) ist der Abstand im Gitter, durch welches die kleinen Wirbel verloren gegangen sind und (ω) ist die Verwirbelungsvariable, während (N) ein normalisierter Vektor für die Wirbel darstellt, welcher zum Zentrum der Wirbelkraft, also zur Wirbelvariable, ausgerichtet ist. Hierbei muss auf die Länge von (N) geachtet werden, denn wählt man diesen Vektor zu lang, gehen die Wirbelcharakteristiken verloren, da sie sich möglicherweise überlagern.

10.3 Implementierung

10.3.1 Verwendung von inkompressiblen, reibungsfreien Navier-Stokes Gleichungen

Der Algorithmus verwendet die inkompressiblen, nicht-viskose Navier-Stokes Gleichungen (siehe Kapitel 5.2 Navier-Stokes-Gleichung) um die Bewegung des Feuers zu berechnen. Da Flammen zu den Fluiden zählen, kann man anhand der Eigenschaften von Fluiden eine Grundgleichung finden. Flammen sind Gase die nahezu reibungsfrei sind und können somit mithilfe der Euler-Gleichung (siehe Kapitel 5.2.1 Euler-Gleichung), welche die Navier-Stokes Gleichungen ohne den Viskoseterm sind, berechnet werden. Um die Euler-Gleichungen noch weiter zu vereinfachen, wird das Feuer auch als inkompressibel dargestellt. Diese Inkompressibilität ist in der Realität jedoch nicht gegeben, da Gase kompressibel sind. Hier weicht der Algorithmus von den physikalischen Gegebenheiten ab. Eine Einschränkung nach der Strömungsart gibt es nicht, es können sowohl laminare als auch turbulente Flammen erzeugt werden.

Der Algorithmus verwendet zwei Sets von inkompressiblen Euler-Gleichungen. Ein Set für die Berechnung des gasförmigen Brennstoffes und ein Set für die Verbrennungsprodukte. Diese Strömungsphasen werden zunächst unabhängig voneinander berechnet. Die Trennung dieser Phasen wird mithilfe einer Grenzfläche Φ ermöglicht.

Der Algorithmus wird auf einem dreidimensionalen, uniformen Gitter berechnet und wendet so die Diskretisierungsmethode nach Euler an (siehe Kapitel 6 Numerische Lösung). Der Raum wird in N^3 Voxeln diskretisiert, an dem an jedem Zentrum des Voxels die Temperatur, die Dichte, der Druck und die Grenzfläche Φ initialisiert wird. Die Geschwindigkeiten werden an den Zelloberflächen definiert.

10.3.2 Berechnung der Grenzfläche

Die Grenzfläche Φ ist die Trennung zwischen dem gasförmigen Brennstoff und den Verbrennungsprodukten und der umgebenden Luft. Diese Grenzfläche ist ein freier Rand (siehe Kapitel 5.4 Randbedingungen), der sich dynamisch über die Zeit entwickelt und wird mithilfe der Level-Set-Methode (siehe Kapitel 8 Level-Set-Methode) berechnet. Dabei beschreibt die Grenzfläche Φ eine vorzeichenbehaftete Abstandsfunktion. In der Region, in der sich der gasförmige Brennstoff befindet, ist die Level-Set-Funktion positiv $\Phi > 0$, auf der Grenzfläche ist sie gleich null, also $\Phi = 0$, und überall anders nimmt sie nur negative Werte an $\Phi < 0$. Die Grenzfläche bewegt sich mit einer Geschwindigkeit (w) von

$$w = uf + S \quad (4)$$

wobei (uf) die Geschwindigkeit des gasförmigen Brennstoffes angibt und (S) die Geschwindigkeit, mit der der gasförmige Brennstoff in Verbrennungsprodukte umgewandelt wird. Die Bewegung der Grenzfläche kann nun durch die Formel

$$\Phi_t = -w * \nabla\Phi \quad (5)$$

berechnet werden. Die aktuelle Grenzfläche zum Zeitpunkt (t) wird demnach mithilfe der Geschwindigkeit und der vorherigen Position der Grenzfläche zu dem vorherigen Zeitschritt berechnet. Hierbei wird die Grenzfläche als Nullstellenmenge über die Zeit hinweg bewegt.

Die Geschwindigkeiten werden mithilfe der semi-Lagrangian Stable-Fluid-Methode nach (Stam, 1999) berechnet (siehe Kapitel 7 Stable-Fluid-Methode). Da diese Methode die Fluidpartikel über die Zeit zurückverfolgt, kommt es an der Grenze zwischen den zwei Euler-Gleichungen, also zwischen dem gasförmigen Brennstoff und den Verbrennungsprodukten, zu einem Konflikt. Da die Stable Fluid Methode über die Grenzfläche die Fluidpartikel zurückverfolgen würde, und eine Interpolation mit den Nachbarwerten stattfindet, kann es hier zu falschen Werten kommen. Um eine korrekte grenzüberschreitende Zurückverfolgung und Interpolation zu ermöglichen, wird die Ghost Fluid Methode (siehe Kapitel 9 Ghost-Fluid-Methode) angewandt. Mithilfe dieser Methode werden sogenannte Ghost-Zellen auf der jeweils gegenüberliegenden Seite der Grenzfläche erstellt. Diese Ghost Zellen enthalten die Stetigkeit der Werte, indem sie die benötigten Werte für die grenzüberschreitende Zurückverfolgung bzw. Interpolation bereitstellen.

10.3.3 Berechnung der Temperatur und Dichte

Die Temperaturkurve ist ein wesentliches Merkmal von diesem Algorithmus. Anhand dieser Kurve sollen die einzelnen Fluidpartikel eine Temperatur zugeteilt bekommen. Hierzu ist es notwendig, dass die Fluidelemente über die Zeit verfolgt werden. Sobald die Fluidelemente den blauen Kern überschreiten, wird die Zeit benötigt, die vergangen ist, seit dem die Fluidelemente die blaue Zone überschritten haben. Da sich unterhalb der blauen Zone nur gasförmiger Brennstoff befindet, muss hier noch keine Temperaturzuordnung erfolgen. Erst wenn die Zündtemperatur erreicht ist und es zu sichtbaren Flammen kommt, ist die Temperaturzuordnung relevant. Um die Zeit zu ermitteln, wie lange sich ein Fluidelement schon in der Phase der Verbrennungsprodukte befindet, wird ein Reaktionsvariabel (Y) eingesetzt, die wie folgt berechnet wird:

$$Y_t = -(u * \nabla) * Y - k \quad (6)$$

(k) ist eine positive konstante und kann dazu verwendet werden eine numerische Variation von (Y) zu erzeugen. In dem Bereich des gasförmigen Brennstoffes ist $Y(0) = 1$ und $1-Y$ ist gleichbedeutend mit der verstrichenen Zeit, die ein Fluidelement über der Reaktionszone hinaus ist. Um (Y) zu lösen wird die semi-Lagrangian Stable Fluid Method angewendet (siehe Kapitel 7 Stable-Fluid-Methode). Der Y-Wert wird demnach dazu verwendet eine Temperatur aus der Temperaturkurve den Fluidelementen zuzuordnen. Die Region zwischen dem blauen Kern und der maximalen Temperatur ist sehr wichtig, da hier die Temperatur ansteigt. Der Animator hat hier die freie Wahl, wie er die Temperaturkurve formt und wie das Mapping mit der (Y) Koordinate erfolgt. Man könnte zum Beispiel für die Zündtemperatur $Y=1$ verwenden, für die maximale Temperatur $Y=0.9$ für die dazwischenliegenden Temperaturen wird eine lineare Funktion verwendet, die diese berechnet. Für sehr große Flammen ist das verwendete Gitter leider nicht geeignet, da der Abstand zwischen dem blauen Kern und der maximalen Temperatur zu dicht beieinanderliegen. Um dies aber trotzdem berechnen zu können, wird hierbei die Ghost-Fluid-Methode angewandt. Bei diesem geringen Abstand gehen die Flammen fast direkt nach dem blauen Kern in die Abkühlungsphase, sodass hier kein Temperaturanstieg vorhanden ist. Die Abkühlungsphase der Temperatur kann der Animator auch wieder selber bestimmen.

Genau wie die Temperaturkurve kann der Animator auch die Dichtekurve des Rauches und des Rußes selber bestimmen. In der Abkühlungsphase der Temperatur kann der Animator von der Dichtekurve zu einer physikalisch korrekten Lösung übergehen, welche wiederum durch die Stable Fluid Methode gelöst werden kann. Diese physikalisch korrekte Lösung für den Rauch wird jedoch nicht in dem Algorithmus einberechnet und beschrieben.

10.4 Rendering

Feuer zu rendern ist ein schwieriges Unterfangen, da Feuer als partizipierendes Medium gilt, selber Licht emittiert und durch die Helligkeit sich das Auge des Menschen an die Farbe anpasst. Diese Anpassung wird auch als Chromatic Adaption bezeichnet. Eine akkurate Reproduzierung der Farbe des Feuers ist somit entscheidend für ein realistisches Feuer. Um die Farbwerte der Feuersimulation zuzuordnen, ist die Temperaturkurve von Bedeutung. Wird bei der maximalen Temperatur die erwähnte Farbanpassung des Auges, also der Chromatic Adaption, angewendet, die mithilfe der Kries-Transformation berechnet wird. Das Rendering erfolgt mithilfe eines Stochastik-Adaptiven Ray-Marching Algorithmus und dem Monte Carlo Ray-Tracing. Auf diese Techniken wird hier jetzt nicht weiter darauf eingegangen.

11 Bewertung des Feuer-Algorithmus

Obwohl der Algorithmus physikalisch basiert ist, weicht dieser von realen Berechnungen in einigen Punkten ab. So werden zum Beispiel inkompressible Euler-Gleichungen als Grundlage verwendet, obwohl Gase und Dämpfe kompressibel sind. Zudem wird fester Brennstoff nicht verbrannt, das heißt es wird keine Glut erzeugt oder eine Änderung des Aggregatzustandes simuliert. Es werden lediglich Objekte verwendet, an dem sich brennbares Gas bildet. Der Algorithmus beschreibt, dass dieser für vorgemischten Flammen physikalisch korrekt verläuft, jedoch verbrennen vorgemischte Flammen blau-grünlich und der Algorithmus zeigt die Flammen gelb-orange an der heißesten Temperatur. Demnach trifft diese Aussage für vorgemischte Flammen nur auf den blauen Kern zu. Bei nicht-vorgemischten Flammen wird der blaue Kern nicht physikalisch korrekt berechnet, indem die Diffusion von der Luft in die brennbaren Gase simuliert wird. Es wird nur ein anderer Wert für die Geschwindigkeit der Umwandlung von gasförmigen Brennstoff in Verbrennungsprodukte verwendet und ist somit nur näherungsweise physikalisch korrekt.

Die Expansion, Auftriebskraft und Wirbelverstärkungskraft werden zusätzlich noch hinzugefügt. Wählt man hier falsche oder schlechte Werte, kann es zu unrealistisch aussehendem Feuer kommen. Andererseits hat man dadurch viel Freiraum als Feuer nach den eigenen Wünschen zu simulieren. So kann man auch die Temperaturkurve mit dem Temperaturanstieg und -abfall selbst formen, wodurch der Freiraum des Animators, wie sich das Feuer verhalten soll, sehr hoch ist.

Durch die Verwendung des Stable-Fluid- und Ghost-Fluid-Methode können größere Zeitschritte und/oder ein grobes Gitter für die Simulation verwendet werden. Daraus folgt eine Ersparnis an Rechenzeit und somit an Geld und führt zu einer stabilen und effizienten Lösung.

12 Zusammenfassung

Der Feuer-Algorithmus von Duc Quang Nguyen, Ronald Fedkiw und Hendrik Wann Jensen (Nguyen, et al., 2002) ist eine stabile Berechnungsmethode um Flammenerscheinung am Computer zu simulieren. Anhand einer Temperaturkurve, die auf den physikalischen Verbrennungsprozess basiert, wird das Feuer in den blauen Kern, die gelb-orangen Flammen und den Rauch unterteilt. Der blaue Kern beschreibt den Bereich in dem sich der gasförmige Brennstoff befindet und wird durch eine Grenzfläche, wie mithilfe der Level-Set-Methode berechnet wird, eingegrenzt. Die gelb-orangen Flammen und der Rauch sind Verbrennungsprodukte und werden wie der blaue Kern mithilfe eines Sets von inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen berechnet. Um größere Zeitschritte und ein gröberes Gitter für die Berechnung zu verwenden zu können, und somit Rechenzeit einzusparen, wird die semi-Lagrangian Stable-Fluid-Methode eingesetzt. Um unstetige Werte bei einer Interpolation über die Grenzfläche hinweg zu vermeiden, wird zusätzlich die Ghost-Fluid Methode angewendet. Durch das hinzufügen einer Expansion, wenn die Zündtemperatur erreicht ist, einer Auftriebskraft und einer Wirbelverstärkungskraft, wird das Verhalten der Flammen realistischer dargestellt.

13 Literaturverzeichnis

- Fedkiw, Ronald P., et al. 1999.** A Non-Oscillatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows (The Ghost Fluid Method). *Journal of Computational Physics*. 1. Juli 1999, Bd. 152, S. 457-492.
- Ferziger, Joel H. und Peric, Milovan. 2008.** *Numerische Strömungsmechanik*. s.l. : Springer Verlag, 2008.
- Hamilton, Walter. 2000.** *Hamilton - Handbuch für den Feuerwehrmann*. 19. Auflage. Stuttgart, München, Hannover, Berlin, Weimar, Dresden : Richard Boorberg Verlag GmbH & Co, 2000. ISBN 3-415-02554-3.
- Herwig, Heinz. 2004.** *Strömungsmechanik A-Z*. 1. Auflage. Wiesbaden : Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlag GmbH, 2004. ISBN 3-528-03974-4.
- Jackel, Dietmar, Neunreither, Steffan und Wagner, Friedrich. 2006.** *Methoden der Computeranimation*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2006. ISBN 10 3-540-26114-1.
- Nguyen, Duc Quang, Fedkiw, Ronald und Jensen, Hendrik Wann. 2002.** Physically Based Modeling and Animation of Fire. [Hrsg.] Inc. (ACM) Association for Computing Machinery. 2002.
- Oertel, Herbert und Böhle, Martin. 2004.** *Strömungsmechanik*. 3. Auflage. Wiesbaden : Vieweg & Sohn Verlag/GWV Fachverlage GmbH, 2004. ISBN 3-528-23893-3.
- Pilarski, Oliver. 2003.** Physikalisch basierte Feueranimation. [Online] 2003. <http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2004/1646/index.html>.
- Sass, Thomas. 2001.** Arbeitsunterlagen zur Fortbildung Brandbekämpfung in einem Brandübungscontainer. Berlin, Deutschland : Berliner Feuerwehr, September 2001.
- Sethian, James Albert und Osher, Stanley J. 1988.** Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton--Jacobi Formulations. *Journal of Computational Physics*. 1988, S. 12-49.
- Stam, Jos. 1999.** Stable Fluids. *SIGGRAPH 99 Conference Proceedings*. August 1999, S. 121-128. <http://www.dgp.toronto.edu/people/stam/reality/Research/pdf/ns.pdf>.
- Steinhoff, J. und Underhill, D.** Modification of the Euler-Equations for "Vorticity Confinement": Application to the Computation of Interacting Vortex Rings. *Physics of Fluids*.
- Warnatz, Jürgen, Maas, Ulrich und Dibble, Robert W. 2001.** *Verbrennung : physikalisch-chemische Grundlagen, Modellierung und Simulation, Experimente, Schadstoffentstehung*. 3. Auflage. Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hongkong; London; Mailand; Paris; Singapur; Tokio : Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2001. S. 325. ISBN 3-540-42128-9.

14 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Vier Voraussetzungen, die benötigt werden um einen Verbrennungsprozess auszulösen [vgl. (Sass, 2001) Seite 3]	4
Abbildung 2: Zonen einer Kerzenflamme	6
Abbildung 3: Laminare und turbulente Strömung.....	6
Abbildung 4: Stable Fluid-Algorithmus	9
Abbildung 5: Die Level-Set-Methode	11
Abbildung 6: Die Ghost-Fluid-Methode in einer Dimension (vgl. (Pilarski, 2003) Seite 33)	12
Abbildung 7: Temperaturentwicklung für ein festen Brennstoff	12